Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

№ 3.

Рассмотрим строение торта:
будем считать, что количество слоёв крема = количеству слоёв теста.

Обозначим: толщину слоя теста за $h_т$
толщину слоя крема за $h_к$
плотность теста: $\rho_т$
плотность крема: $\rho_к$

По условию известно, что $h_к = 1{,}1\,h_т$
$\rho_к = 1{,}5\,\rho_т$

Плотность всего торта: $\rho = \frac{m_{общ.}}{V_{общ.}}$, где $m_{общ.}$ - масса всего торта
Эта плотность $V_{общ.}$ - общий объём торта

Пусть S - площадь поперечного сечения торта.

Т.к. $\rho = \frac{m_{общ.}}{V_{общ}}$: $m_{общ.} = m_{всего\ крема} + m_{всего\ теста}$,

1) Т.к. $\rho = \frac{m}{V}$, тогда: $m_{всего\ крема} = \rho_к V_к$

Т.к. $V = Sl$, тогда: $m_{всего\ крема} = \rho_к V_к = \rho_к S h_к$

2) Аналогично с п. 1: $m_{всего\ теста} = \rho_т S h_т$

3) Из п. 1 и п. 2 следует, что $m_{общ} = \rho_к S h_к + \rho_т S h_т$
Заменим $\rho_к$ и $h_к$ на $h_к = 1{,}1 h_т$ и $\rho_к = 1{,}5\,\rho_т$ соответственно.
Получим: $1{,}1 h_т \cdot S \cdot 1{,}5\,\rho_т + \rho_т S h_т = 1{,}65\,h_т \rho_т S + h_т \rho_т S = 2{,}65\,h_т \rho_т S$

4) $V_{общ} = V_к + V_т$, где $V_к$ и $V_т$ - объёмы всех ~~слоёв~~ слоёв крема и теста соотв.:
т.к. $V = h_т S \Rightarrow$ $V_к = h_к S$ и $V_т = h_т S$
Заменим $h_к = 1{,}1 h_т \Rightarrow$

$V_{общ.} = h_к S + h_т S = 1{,}1 h_т S + h_т S = 2{,}1 h_т S \Rightarrow$

5) Из п. 4 и п. 3 получаем выражение:

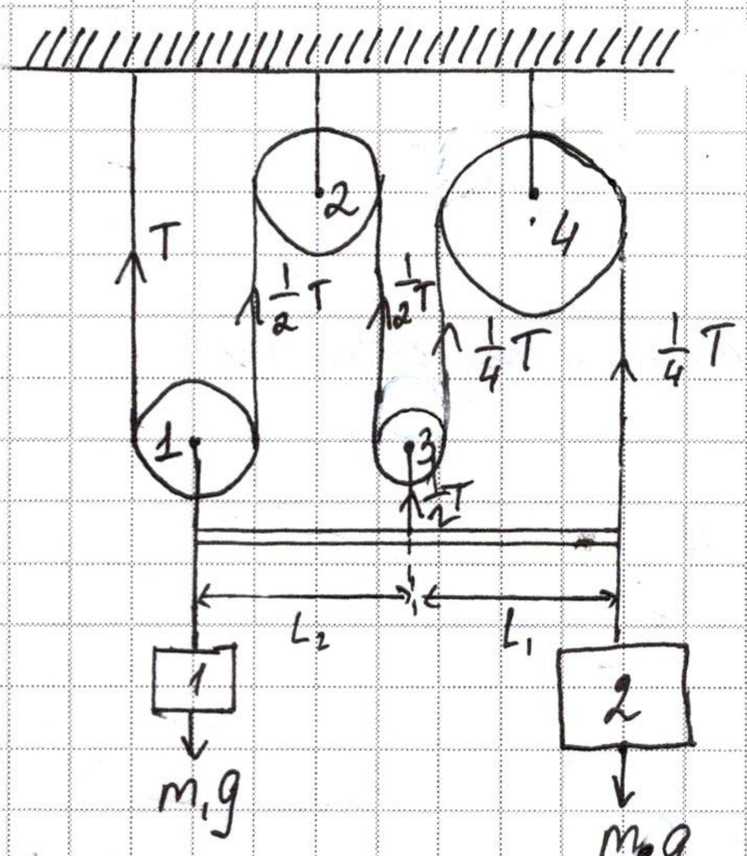
$$\rho = \frac{2{,}65\, h_т \rho_т S}{2{,}1\, h_т S}$$ - сокращаем $h_т$ и S и получаем:

$$\rho = \frac{2{,}65\,\rho_т}{2{,}1} \Rightarrow 2{,}1\rho = 2{,}65\,\rho_т \Rightarrow$$

$$\rho_т = \frac{2{,}1\rho}{2{,}65} \approx 0{,}79\rho \Rightarrow$$ плотность корней $\approx 0{,}79\rho$

Ответ: $\rho_т \approx 0{,}79\rho$

4.



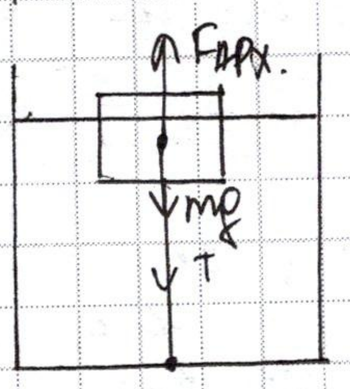
1) т.к. блок 1 подвижный - сила натяжения нити между блоками 1 и 2 = $\frac{1}{2}T$, если за T принять силу натяжения нити на самой левой нити.

2) т.к. блок 2 неподвижный $\Rightarrow$ между ~~тем~~ блоками 2 и 3 сила натяжения нити равна $\frac{1}{2}T$

3) т.к. блок 3 подвижный $\Rightarrow$ между блоками 3 и 4 сила натяжения нити равна $\frac{1}{4}T$

4) На самой правой нити сила натяжения нити равна $\frac{1}{4}T$, т.к. блок неподвижный

№ 1.



Заметим, что $T + mg = F_{арх}$, где T - сила натяжения нити

$F_{арх} = \rho_ж g V_{погр.}$ ⇒

1) Дано: $h = 4$ мм - по условию.

Т.к. объём погружаемого тела равен объёму вытесненной воды: тогда $V_{погр.} = V_{выт.}$

$V_{выт\ воды} = hS - V_{куска}$, если он растает ⇒ ($V_{льда, если...}$ - объём куска льда, когда он растает в воду)

$V_{погр.} = hS - V_{льда}$, если он растает ⇒

$V_{льда,\ если\ он\ растает}$ - обозначается далее, $V_{куска}$ ⇒

$F_{арх} = \rho_ж g V_{погр.} = \rho_ж g (hS - V_{льда}) \Rightarrow$

$mg = V_{льда} \rho_ж g \Rightarrow$

2) $\rho_ж g (hS - V_{льда}) = V_{льда} \rho_ж g + T \Rightarrow$

$$S = \frac{T}{\rho_ж g h} = \frac{10}{1000 \cdot 10 \cdot 0{,}004} = 0{,}25\ м^2$$

Ответ: $S = 0{,}25\ м^2$

№ 5.

1) Р-м самое начало графика:

$P = \frac{Q}{\tau}$, где P - мощность печи ⇒

$P = \frac{Q}{\tau}$, где $Q = cm(t_к - t_н)$,

Используя график, возьмём значения $t_к$ за $30°C$

$t_н = 20°C$

Тогда, по графику $\tau = 10$ с ⇒

2) $T_к$ по условию вначале трения отсутствовал:

$$P = \frac{cm(t_к - t_н)}{\tau} = \frac{920 \cdot 0{,}5 \cdot (30 - 20)}{10} = \frac{4600}{10} = 460\ Вт$$

3) Заметим, что максимальная температура, которую достигают металлы, по графику равна 60°C ⇒ Температура плавления этих металлов сильно больше ⇒ металлы только греются в печи.

4) Известно, что $P = \frac{Q}{\tau}$.

По графику видно, что где-то после 10 секунды стали добывать тепло. (стала резко меняться температура) Поэтому на 20 секунде уже точно в печи два металла: ⇒

т.к. $P = const$ (постоянна), то:

5) $P = \frac{Q_{алюминия} + Q_{железа}}{\tau}$, возьмем τ за 15с, т.е. $\tau = \tau_н - \tau_к$, возьмем $\tau_н$ за 20с, $\tau_к$ за 35с - по графику

6) $Q_{алюминия} = c_{ал} m_{ал} (t_к - t_н)$
$Q_{железа} = c_{ж} m_{ж} (t_к - t_н)$,

По графику, при $\tau_н = 20с$, $t_н = 40°C$
при $\tau_к = 35с$, $t_к = 50°C$,

Тогда: $P = \frac{c_{ал} m_{ал} (t_к - t_н) + c_{ж} m_{ж} (t_к - t_н)}{\tau}$ ⇒

$P\tau = c_{ал} m_{ал} (t_к - t_н) + c_{ж} m_{ж} (t_к - t_н)$ ⇒

7) $m_ж = \frac{P\tau - c_{ал} m_{ал} (t_к - t_н)}{c_ж (t_к - t_н)} = \frac{460 \cdot 15 - 920 \cdot 0{,}5 \cdot (50-40)}{460 \cdot (50-40)} =$

$= \frac{6900 - 4600}{4600} = 0{,}5кг$

Ответ: масса гранул железа: $m_ж = 0{,}5кг$
мощность нагревательного устройства: $P = 460 Вт$

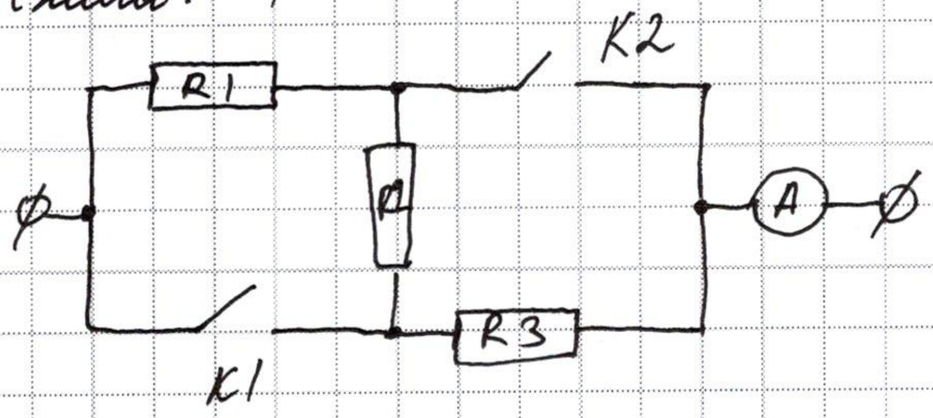
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

№2.

Схема: 1



I. 1) Если ключи разомкнуты:

$R_{общ_1} = R_1 + R_2 + R_3$

2) $I = \frac{U}{R}$ - по закону Ома, $I_1 = \frac{U}{R_{общ_1}}$

II. 1) Из схемы 2 следует:

$\frac{1}{R_{общ_2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

2) $I_2 = \frac{U}{R_{общ_2}}$ - по закону Ома ⇒

III. Т.к. напряжение во время одинаковое, а сила тока в двух случаях изменилась в $\frac{I_1}{I_2} = \frac{6}{60} = 0{,}1$ ⇒

Изменилась в 10 раз $I_1 < I_2$ в десять раз, то:

Из равенств $I_1 = \frac{U}{R_{общ_1}}$ и $I_2 = \frac{U}{R_{общ_2}}$ ⇒

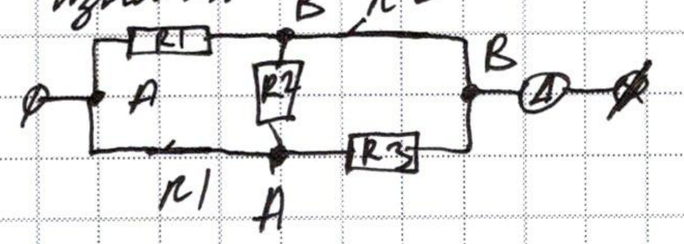
$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{общ_2}}{R_{общ_1}} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$ ⇒ $\frac{R_{общ_1}}{R_{общ_2}} = \frac{1}{10}$

Схема 2: (ключи замкнуты):

Т.к. провода идеальные ⇒ их можно укоротить в одну точку (идеальное = не имеет сопротивления)

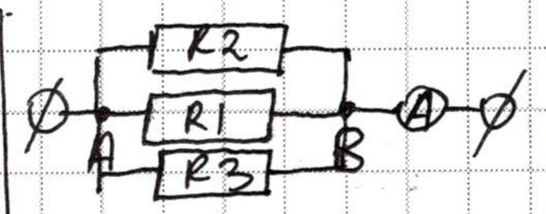
Тогда можно перерисовать схему:

Иначе:



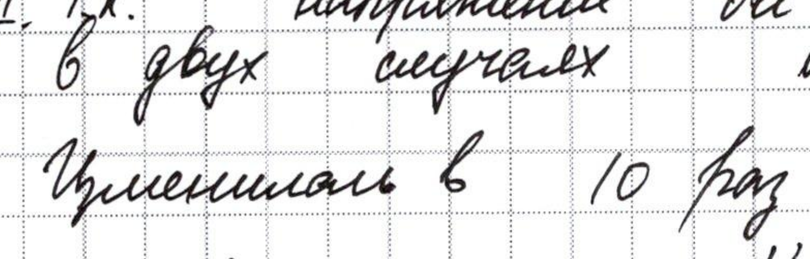
Обозначим соотв. точками A и B концы пустых проводов.

Получилась схема:



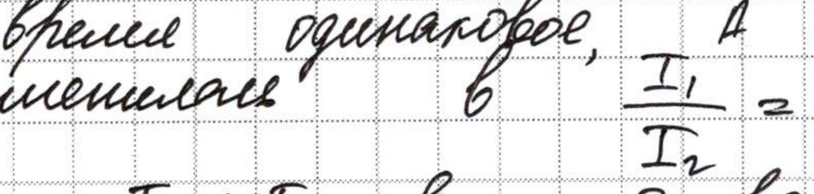
- т.к. параллельное соединение

Схема 3:



Получается, что $\frac{1}{R_{общ_3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{3R_2}$

Перерисуем схему:



$\frac{1}{R_{общ_3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}$, т.к. $\frac{R_2}{R_3} = \frac{2}{1}$ ⇒

Можно использовать оборот листа для записи решений

IV. 1). Из п. I и II следует: $\frac{1}{R_{общ_2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$, т.к. $\frac{R_2}{R_3} = \frac{2}{1} \Rightarrow$

$$\frac{1}{R_{общ_2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_3} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{общ_2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{3}{2R_3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{2R_3 + 3R_1}{2R_1R_3} \Rightarrow R_{общ_2} = \frac{2R_1R_3}{2R_3 + 3R_1}$$

2). $$\frac{R_{общ_1}}{R_{общ_2}} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{\frac{2R_1R_3}{2R_3 + 3R_1}} = \frac{3R_3 + R_1}{\frac{2R_1R_3}{2R_3 + 3R_1}} = \frac{(3R_3 + R_1)(2R_3 + 3R_1)}{2R_1R_3} = \frac{1}{10} \Rightarrow$$

№ 6.

1) Количество воспламеняющейся частицы:

$$a = \frac{0,0975}{1000 \cdot 10000}$$ г)

2). Количество расходованного топлива за 3 минуты:

240 · 60 · 3 = 4320 л

3).

